UTN **TEMA 2**
Ingeniería en SISTEMAS **ALUMNO:..**
Investigación Operativa **PARCIAL: 30/06/20**
Cátedra: Ing. RICARDO CARLEVARI; Ing. ANDREA ZUMINO

1. Una empresa fabrica tres productos A, B y C para los cuales tiene una restricción en la disponibilidad de recursos y una restricción de demanda mínima conjunta entre los tres productos, según se muestra en la tabla adjunta, en la que también se consignan los beneficios unitarios de los tres productos.

Observación importante: respetar el orden de las restricciones tal como están en la tabla adjunta y poner todos los cálculos en la hoja

Producto	A	B	C	RHS
Demanda mínima (u.)	1	1	1	200
Materia prima (kg)	4	3	2	700
Mano de Obra (H-H)	3	2	4	800
Beneficio unitario ($/u)	4	1	2	

De la resolución del problema con el Método Simplex, con el objetivo de maximizar los beneficios, se ha llegado a la tabla óptima que también se adjunta.

Ck	Xk	B	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
2	X3	50	0	1/2	1	-2	-1/2	0
4	X1	150	1	1/2	0	1	1/2	0
0	X6	150	0	-3/2	0	5	1/2	1
	Z = 700		**0**	**2**	**0**	**0**	**1**	**0**

Se pide responder claramente las siguientes preguntas:

1) Cuál es el beneficio mínimo que debería tener el producto B para que convenga producirlo?
2) Cuál es el costo de oportunidad del producto C?
3) Qué variación experimentaría el sobrante de mano de obra si se elabora una unidad de B?
4) Cuál es el límite superior e inferior del coeficiente c3 de X3 dentro de los cuales no se altera la estructura de la solución óptima hallada?
5) Cuál es el beneficio mínimo que debería tener un producto que participa en la restricción de producción mínima conjunta y requiere 4 kg/u de materia prima y 2 H-H/u para que convenga producirlo
6) Qué tipo de solución particular es la mostrada en la tabla óptima? Justificar
7) Cuál sería el valor del funcional si la disponibilidad de mano de obra fuera de 700H-H? Justificar
8) Formular el planteo directo y pasarlo al planteo dual. Armar la tabla inicial del dual
9) Pasar la tabla óptima del directo dada a la tabla óptima del dual
10) Cuál es el rango dentro del cual puede variar la disponibilidad de materia prima sin que se altere la estructura de la solución óptima dual hallada?
11) Si se agrega una restricción de disponibilidad de 750 kg. de un material Q, siendo los coeficientes tecnológicos de los productos son: 4, 3 y 5 kg de Q por unidad respectivamente, se modifica la solución óptima dual hallada?
12) En caso de haber respondido afirmativamente la pregunta anterior, calcule la nueva tabla óptima del dual

10	1° Parcial T2	HOJA N° 1 FECHA 30-6-20

① Una empresa fabrica tres productos: A, B y C, para los cuales tiene una restricción de disponibilidad de recursos y una restricción de demanda mínima conjunta entre los 3 productos, según se muestran en la tabla adjunta, en la que, también se consignan los beneficios unitarios de los tres productos

Producto	A	B	C	RHS
Demanda min. (u)	1	1	1	200
MP (kg)	4	3	2	700
MO (HH)	3	2	4	800
Benef. unitario ($/u)	4	1	2	

De la resolución del problema con el método Simplex, con el objetivo de maximizar los beneficios se llegó a la sig. tabla óptima:

C_K	X_K	B_K	A_1 (4)	A_2 (1)	A_3 (2)	A_4 (0)	A_5 (0)	A_6 (0)
2	X_3	50	0	1/2	1	-2	-1/2	0
4	X_1	150	1	1/2	0	1	1/2	0
0	X_6	150	0	-3/2	0	5	1/2	1
	Z = 700		0	2	0	0*	1	0
			y_4	y_5	y_6	y_1	y_2	y_3

Se pide responder, claramente, las sig. preguntas:

1) ¿Cuál es el beneficio mínimo que debería tener el producto B para que convenga producirlo?

Beneficio en el funcional = $ 1
Costo de oportunidad = $ 2 } $\boxed{\text{Beneficio mínimo} = \$ 3}$

2) ¿Cuál es el costo de oportunidad del producto C?

El producto C está en la base ⇒ $\boxed{\text{costo de oportunidad} = \$0}$

3) ¿Qué variación experimentaría el sobrante de mano de obra si se elabora una unidad de B?

Sobraría 1,5 → Si se elabora 1 unidad de B habrá un sobrante de MO de $\boxed{\$ 151,5}$

NOTA

4) ¿Cuál es el límite superior e inferior del coef c_3 de x_3 dentro de los cuales no se altera la estructura de la sol. óptima hallada?

x_3 es variable básica $\Rightarrow c_{3\,sup} = 2 + \left[\frac{0}{2} ; \frac{1}{1/2}\right]_{min} = \boxed{2 = c_{3\,sup}}$

$c_{3\,inf} = 2 - \frac{2}{1/2} = -2 \rightarrow \boxed{c_3 \in [-2, 2]}$

5) ¿Cuál es el beneficio mínimo que debería tener un producto que participa en la restricción de producción mínima conjunta y requiere 4 kg/u de MP y 2 HH/u para que convenga producirlo?

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 200 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 700 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 800 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 200 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 700 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 800 \end{cases}$$

MAX: $Z = 4x_1 + x_2 + 2x_3$

$y_1 = 0, \; y_2 = 1, \; y_3 = 0$

$y_1 + 4y_2 + 2y_3 = 4$

$\boxed{\text{Beneficio mínimo} = \$4}$

6) ¿Qué tipo de solución particular es la mostrada en la tabla óptima?

Es una solución alternativa pues $\exists\ z_j - c_j = 0$ para una variable básica

7) ¿Cuál sería el valor del funcional si la disponibilidad de MO fuera de 700 HH?

Como el sobrante de MO (x_6) es 150, si tenemos 100 horas menos (800 − 700) no habría variación del valor del funcional

$\boxed{Z = 700}$

8) Formular el planteo directo y pasarlo al planteo dual. Armar la tabla inicial del dual.

directo

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 200 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 700 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 800 \end{cases} \xrightarrow{\text{dual}} \begin{cases} -y_1 + 4y_2 + 3y_3 \geq 4 \\ -y_1 + 3y_2 + 2y_3 \geq 1 \\ -y_1 + 2y_2 + 4y_3 \geq 2 \end{cases}$$

MAX: $Z = 4x_1 + x_2 + 2x_3$ $\qquad$ MIN: $Z = -200y_1 + 700y_2 + 800y_3$

$-x_1 - x_2 - x_3 \leq -200$

IO	1º Parcial	HOJA Nº 2 FECHA 30-6-20

		c_j	-200	700	800	0	0	0	M	M	M
c_R	y_R	B_R	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6	μ_1	μ_2	μ_3
M	μ_1	4	-1	4	3	-1			1		
M	μ_2	1	-1	3	2		-1			1	
M	μ_3	2	-1	2	4			-1			1
Z = 7M			-3M+200	9M-700	9M-800	-M	-M	-M	0	0	0

$$\begin{cases} -y_1 + 4y_2 + 3y_3 - y_4 + \mu_1 = 4 \\ -y_1 + 3y_2 + 2y_3 - y_5 + \mu_2 = 1 \\ -y_1 + 2y_2 + 4y_3 - y_6 + \mu_2 = 2 \end{cases}$$

$$z = -200y_1 + 700y_2 + 800y_3 + M\mu_1 + M\mu_2 + M\mu_3$$

9) Pasar la tabla óptima del directo dada a la tabla óptima del dual

MIN

c_R	y_R	B_R	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6
-200	y_1	0	1	0	-5	-1	0	2
700	y_2	1	0	1	-1/2	-1/2	0	1/2
0	y_5	2	0	0	3/2	-1/2	1	-1/2
Z = 700			0	0	-150	-150	0	-50
			x_4	x_5	x_6	x_1	x_2	x_3

M	m
-	+
+	-

10) ¿Cuál es el rango dentro del cual puede variar la disponibilidad de materia prima sin que se altere la estructura de la solución óptima dual hallada?

MP: y_2 es básica

coef y_2 del funcional

$$C_{2\,sup} = 700 + \frac{50}{1/2} = \boxed{800 = C_{2\,sup}}$$

$$C_{2\,inf} = 700 - \frac{150}{-1/2} = \boxed{400 = C_{2\,inf}}$$

NOTA

11) Si se agrega una restricción de disponibilidad de 750 kg de un material Q siendo los coef. tecnológicos de los productos: 4, 3 y 5 kg de Q/u respectivamente ¿Se modifica la solución óptima dual hallada?

nueva restricción:

$\{ 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 750$

Sol. tabla: $\left.\begin{array}{l} x_1 = 150 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 50 \end{array}\right\}$ $4 \times 150 + 3 \times 0 + 5 \times 50 = 850 > 750$

Por lo que la tabla óptima cambia
(necesito más que lo que dispongo)

12) En caso de haber respondido afirmativamente la pregunta anterior, calcule la nueva tabla óptima del dual

La matriz inicial del dual tiene todo -1 en la diag, entonces, la matriz inversa es:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1/2 & 0 & -1/2 \\ 1/2 & -1 & 1/2 \end{pmatrix} \rightarrow A'_7 = M \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +6 \\ -0,5 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$

			-200	700	800				750
C_R	y_R	B_R	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6	A'_7
-200	y_1	0	1	0	-5	-1	0	2	+6
700	y_2	1	0	1	-1/2	-1/2	0	1/2	-0,5
0	y_5	2	0	0	3/2	-1/2	1	-1/2	1,5
Z = 700			0	0	-150	-150	0	-50	100

entra y_7 sale y_5

-200	y_1	8	1	0	1	-3	4	0	0
700	y_2	5/3	0	1	0	-2/3	1/3	1/3	0
750	y_7	4/3	0	0	1	-4/3	2/3	-1/3	1
Z = 1700/3			0	0	-250	-350/3	-200/3	-50/3	0

NOTA